Boek 2, hoofdstuk 5, veranderingen.

5.1 Stijgen en dalen.

1a. Het verbruik is maximaal bij 18 uur, het gaat om $\pm$ 11250 kw-uur
b. het minimale verbruik was om 8 uur, $\pm$ 7750 kw-uur
% berekenen $\frac{\max - \min}{\min} * 100 = \frac{11250 - 7750}{7750} * 100 = 64{,}5\%$
c. Door de tijd, ‘s avonds om 6 uur komt iedereen thuis, en gaan er allerlei apparaten aan, om 12 uur is een pauze moment voor veel mensen.
d. dat is waar de grafiek het steilste loopt, dus ergens tussen ’s ochtends 8 en 10 in stijgende zin, en tussen 18 en 20 uur ’s avonds in dalende zin.

2. $\langle \leftarrow, -2 \rangle$ [-1, 0] $\langle 1,3 \rangle$ $\langle 5, \rightarrow \rangle$

3. klasse A = [23, 40 $\rangle$ klasse B = [40, 80] klasse C = $\langle$ 80, 120]

4a. stijgend: [-1, 1 $\rangle$ en $\langle 3,5 \rangle$ **b.** dalend: $\langle 1,3 \rangle$ en $\langle 5,7]$

5a. stijgend: $\langle$ 4, 8 $\rangle$ en $\langle 12,17 \rangle$ en dalend: [0, 4 $\rangle$, $\langle 8,12 \rangle$ en $\langle$ 17, 24]
b. maximaal om 17 uur (middagspits0, minimaal 4 uur ’s nachts
c. ochtend en avondspits
d. linkerzijde grafiek, trek een lijn bij 80, van 7 tot 9 ’s ochtends, en 3 tot 6 ’s avonds
e. ja.

6a. 1994 van 34 % naar 45% van de huishoudens, toename is 11%
2001 van 76 % naar 78% van de huishoudens, toename is 2%
b. In de periode 1990-1997 toenemend stijgend, periode 1997-2004 afnemend stijgend

7a. $\langle 4,5 \rangle$, $\langle 10,12 \rangle$ afnemend stijgend en $\langle 2,4 \rangle$, $\langle 8,10 \rangle$,toenemend stijgend
b. $\langle 1,2 \rangle$, $\langle 7,8 \rangle$ afnemend dalend en $\langle 5,7 \rangle$ toenemend dalend
$\langle 0,1 \rangle$ constant dalend

8. 1d, 2c, 3a, 4b.

9b. door de constante stijging mag je uitgaan van een lineair verband.

jaar	1750	1850	1900	1920
Inwoners per miljoen	1.5	3.5	3.5 + 1.43 = 4.93	5.5

.

Δ tijd	1920-1850 = 70	1900-1850= 50
Δ inw.	5.5 – 3.5 = 2	? = 50 $*$ 2 : 70 = 1.43

10a. $\langle 2,4 \rangle$ en $\langle 6,7 \rangle$ stijgend **b.** $\langle 1,2 \rangle$ en $\langle 4,6 \rangle$ dalend
c. absoluut maximum = C, plaatselijk maximum = A en E
d. absoluut minimum = D, plaatselijk minimum = B

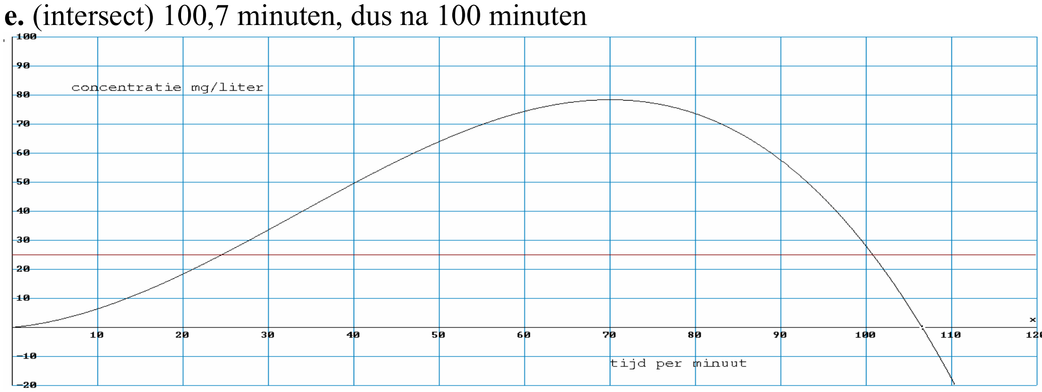
11a. 5 toppen (eindpunten meerekenen)
b. absoluut max = 1600 om 18.24   absoluut min = 400 om 18.12
c. tussen 1600 en 1700 uur werd er gemiddeld 1000 m^3 gebruikt,
vanaf 1700 uur een half uur 1400 m^3 en een half uur 400 m^3, dus gemiddeld 900 m^3,
tot slot, vanaf1800 uur gemiddeld 1250 m^3 per uur.
Totaal in 3 uur = 1000+ 900 + 1250 = 3150 m^3

12a. absoluut maximum verwacht in 2040, het is 45%
b. van 2020 tot 2040 afnemend stijgend
c. 30% van de bevolking hoort bij de grijze groep van 3,2 miljoen; 100% tussen de 20 en 65 jarigen. Dat zijn ca. 10.6 miljoen mensen.
(10% = 3,2: 3 , doe dat keer 10 en je hebt100%)
d. absoluut maximum in 1960, het is 72%, absoluut minimum in 2020, het is35%
e. toenemende daling[1960, 1990] en [2010, 2020] afnemende daling[1990, 2000]
f. 1980, 17% grijs, 55% groen, 8 miljoen = 100%
8 : 100 ∗ 55= 4,4 miljoen jongeren
g. 2030, 30% grijs en 30% groen, 9,9 miljoen = 100%
9.9 : 100 ∗ 30 + 9.9 : 100 ∗ 30= 5.94 miljoen ouderen en jongeren
Totaal 15,84 miljoen (jongeren, ouderen en middengroep)
h. In het begin van deze eeuw werden erg veel kinderen geboren,
dus waren er waarschijnlijk meer dan 90% jongeren,
samen met iets meer dan 10% ouderen kom je dan op meer dan 100%.
i. Van 1990 tot 2000 zo ongeveer een demografische druk van 60%
(dit zijn jaren waarin de welvaart enorm is gestabiliseerd)

13a. 4 dagen, 16 mrt, 13 mei, 1 aug. en 25 dec.
b. absoluut maximum valt op 3 oktober, het zijn 15 minuten.
absoluut minimum valt op 11 januari, het zijn ook15 minuten.
c. vanaf eind december tot aan begin maart, en vanaf september, t/m november
d. tijdvereffening is 8 minuten, horlogetijd = middelbare zonnetijd = 12.00 – 8 = 11.52
e. tijdvereffening is -9 minuten, horlogetijd = middelbare zonnetijd = 12.00 + 9 = 12.09
f. Bij zomertijd staat je horloge op 12.00 uur als het zonnetijd 11.00 uur is.
De zomertijd begint eind maart, en gaat door tot eindoktober
De formule is: horlogetijd = zonnetijd – tijdvereffening, dus er moet -60 minuten tijdsvereffening bij in deze maanden (mrt tot okt.)

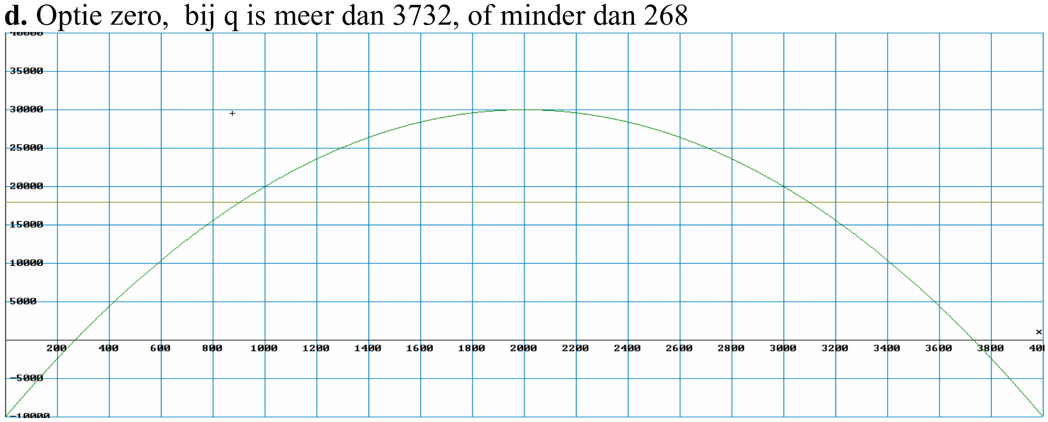
5.2Niet lineaire modellen.

14b. 12,5 mg/liter (value) **c.** tijd = 70 min, 78,5 mg/liter (max) **d.** na 106,5 minuten (zero)
e. (intersect) 100,7 minuten, dus na 100 minuten

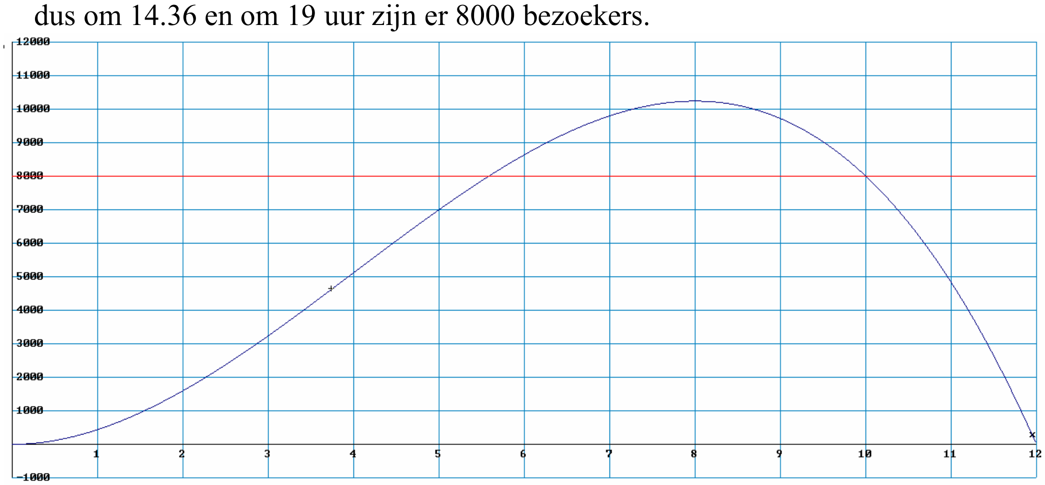


Bij som 14 maak je steeds gebruik van het 2nd tracé menu
Bij b: value enter, toets het getal 15 in, en je krijgt y = op je scherm
Bij c: max, ga eerst links en dan rechts van de max staan, zoom eventueel in
Bij d: optie zero ga eerst links en dan rechts van de zero staan je krijgt x =
Bij e: optie intersect, voer eerst in Y2 = 25

15a. Neem x scl = 400, of 500 neem y-scl = 5000
b. optie max, bij een verkocht aantal van 2000 is de winst 30000
c. voer in Y2 = 18000 optie intersect, bij 904 < q < 3063
(beweeg met tracé naar de snijpunten toe)
d. Optie zero, bij q is meer dan 3732, of minder dan 268

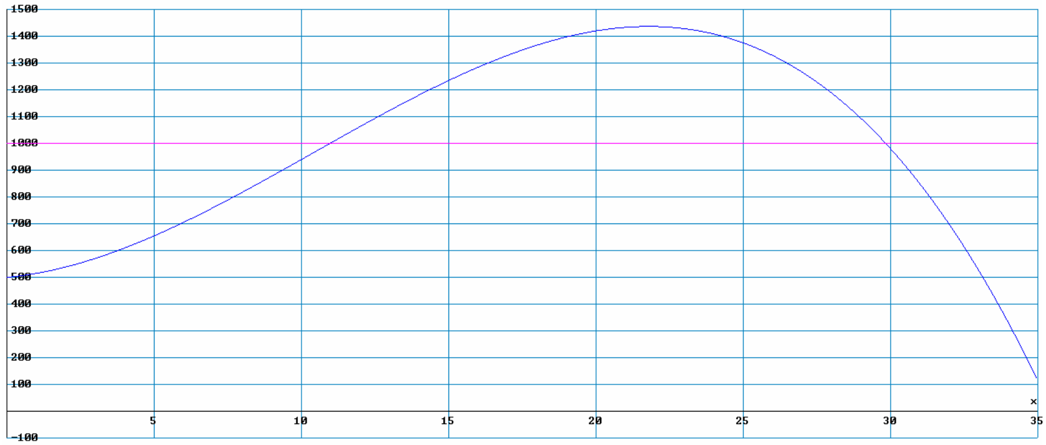


16a. x loopt van 0 tot 12 (de dierentuin sluit om 9 uur ’s avonds)
Plot de grafiek met x =[0, 12],
gebruik daarna zoom fit, om de grafiek te laten passen
(optie zoom, dan een heel eindje naar beneden)
Je krijgt op het y-venster y max = 10239.127.
Pas dat aan, maak er 11000 van, met y min = 0 en y scal = 1000
b. 12.50, dat is na 3 uur en 50 minuten, 50 minuten = $\frac{50}{60}$ =0,83 uur
dus x = 3,833, gebruik de optie value, er zijn 4800 bezoekers
c. gebruik max, om 8 uren na 9 uu, dus 5 uur ’s middags zijn er 10240 bezoekers
d. voer in Y2 = 8000,intersect, x = 5,6 en x = 10,
dus om 14.36 en om 19 uur zijn er 8000 bezoekers.

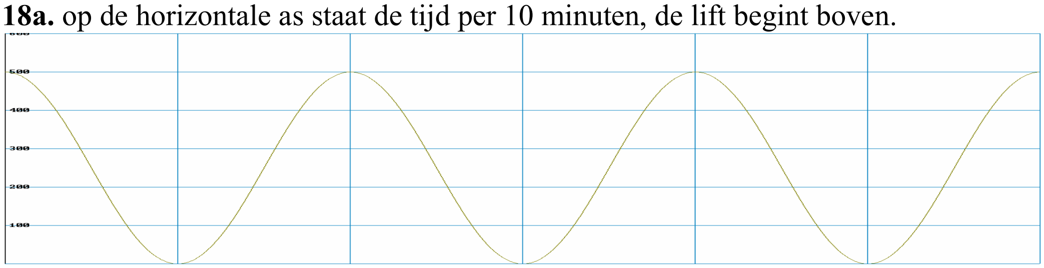


17a. gebruik x =[0,35] en zoom fit, ymax = 1436, maak er van y =[0,1500], scl = 100

a. na 22 dagen zijn er 1437 patiënten, maximaal, dat is dan op 23 maart
b. value, 1181 patiënten
c. na 10,9 dagen en voor 29,8 dagen. Dus 11< aantal dagen < 29 =[11,29]



18a. op de horizontale as staat de tijd per 10 minuten, de lift begint boven.



b. het model van een periodieke functie (de cosinus)

19a. periode = 20 uur
b. net als bij 20, 40, 60 enz. uur is de helderheid 55%
Na 6 dagen = 6 $*$ 24 uur = 144 uur, dus 140 uur, + 4 uur   de helderheid is 94%
c. van max naar min helderheid = 17 dagen, van min naar max helderheid = 3 dagen
d. 10 uren, helderheid groter dan 80%
e. steeds na 20 uur, dus 1 mrt 5 uur + 20 = *2 mrt 1 uur 's nachts*
2 mrt 1 uur + 20 = *2 mrt 21 uur' s avonds*
In de tabel zie je, dat het iedere dag 4 uur eerder is (omdat 20 – 24 = -4 uur)

datum	1 mrt	2 mrt	2 mrt	3 mrt	4 mrt	5 mrt	6 mrt	7 mrt	
tijd	5 uur	1 uur	21 uur	17uur	13 uur	9 uur	5 uur	1 uur	21 uur

20a. Periode = in + uit = 5 seconde
b. 60 : 5 = 12 keer
c. Na 8 = na 18 = na 28 enz, dus na 48 sec is net zo als na 8 sec., druk = 1 mm kwikdruk
na 4 minuten en 26 sec = net zo als na 6 sec, dus -1 mm kwikdruk
d. ½ liter per 5 sec = 6 liter per minuut = 360 liter per uur = 8640 per 24 uur
e. peride wordt dan 2,5 sec.
3 liter per 2.5 sec = 72 liter per minuut = 1080 liter per kwartier

21a. hoogste in de herfst, laagste in de lente (er gaan veel dieren dood in de winter)
b. Er zit niet genoeg regelmaat in (soms meer, soms minder stijging)

c. Nee, er zijn altijd grenswaarden, ivm de hoeveelheid voedsel en nestelgelegenheid.

22a. maximaal in 1990, minimaal in 1963 (dat was een heel koude winter, herinner ik mij)
b. in 1996 , naar beneden
c. trendlijn is lineair, dus standaardformule y = ax +b.
gebruik lin reg. Voer in met stat edit
Dan stat calc: 4 linreg enter T = 0.02 t + 9

L1 = tijd	L2 = Temp
0	9
50	10

d. in 2010 geld: t = 60 dus T = 0.02 ∗ 60 + 9 = 10,2 graden
in 2100 geld: t = 150 dus T = 0.02 ∗ 150 + 9 = 12 graden
(maar je weet niet of de trend zo zal doorzetten over 100 jaar)

23a. trendlijn is lineair, dus standaardformule y = ax +b.
gebruik lin reg. Voer in met stat edit
Dan stat calc: 4 linreg enter N= 20 t + 140

L1 = tijd	L2 = Aantal
0	140
0.5	150

d. in 2006 geld: t = 6 dus N = 20 ∗ 6 + 140= 260 scooters op 1 jan
Op 1 april zijn dat er 265, dus gemiddeld zijn er in dat kwartaal 262.5 scooters verkocht
e. Begin 2000 zijn dat er 140, eind 2000 zijn dat er gemiddeld 160,
dus over het jaar 00 gemiddeld 150 per kwartaal, dat zijn er dan 4∗150 = 600 per jaar
In 2007 begint het met N = 20 ∗ 7 + 140= 280 scooters op 1 jan.
In 2008 begint het met N = 20 ∗ 8 + 140= 300 scooters op 1 jan.
Dus in 2007 gemiddeld 290 scooters per kwartaal = 1160 per jaar

. 5.3 Toename diagrammen.

24a, b, c. Maak een tabel en bereken het aantal per jaar, in 2003 de meeste

jaar	1997	98	99	00	01	02	03
Aantal reeen	40200	43300	39700	41200	47600	45200	49600

+3100 -3600 +1500 +6400 -2400 +4400

25a. -3, -2, -½ , ½ , 1, 2, 1 **b.** -5, 0, 3,

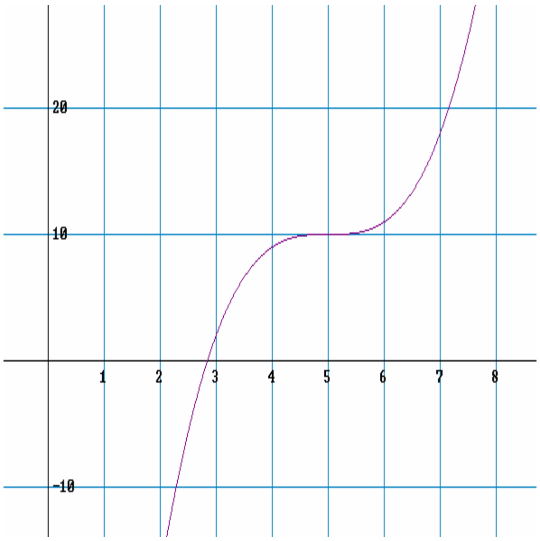
26a. 2, -11, 3 **b.** 2, 0, -8, -3, 1, 2, 2 (let goed op de indeling van de assen)

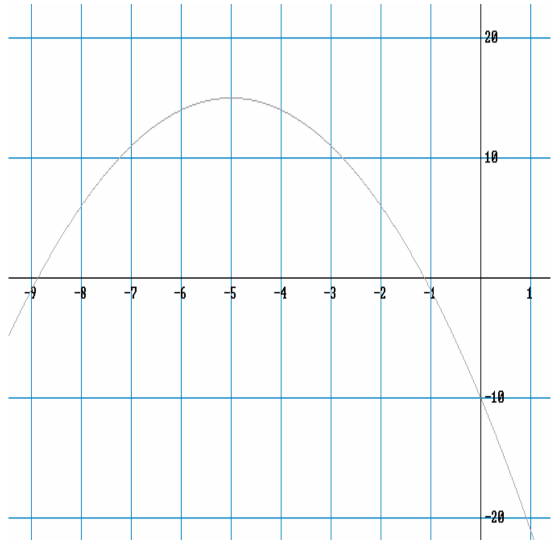
27a. 7, 2, 5, -4, -5 **b.** 2, 5, 3, 2, -1 ,-3, -3, -2

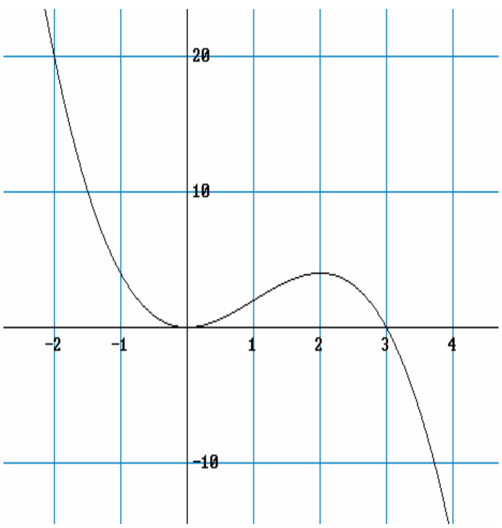
28a. het is steeds 50 **b.** het is steeds 25
c. toename is constant als de grafiek een rechte lijn is.
d. toenamediagram = 0

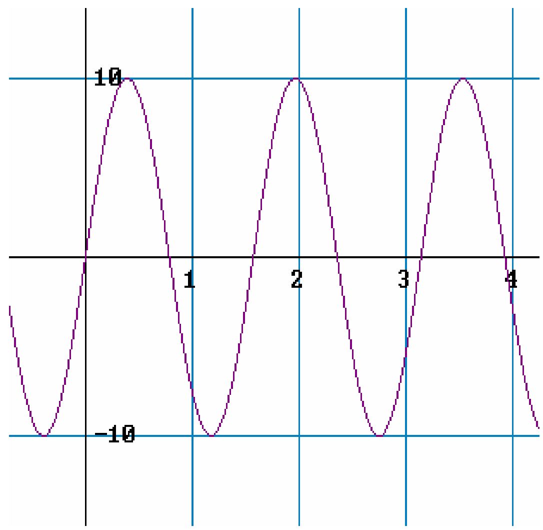
29a. constant dalend (constante afname) **b.** Afnemend stijgend
c. afnemend dalend **d.** Toenemend dalend

30a. Maak schetsjes,









31a. 3, 2, 1, 0, -1, -2, -3
b. -5, -2, -1, 0, 1, 3, 5, 7
c. 5, 5, 5, ,5 , 5,
d. -10, -8, -5, -3, -2, -1, -0.5, -0.03,

32 Maak weer een tabel

x	0	1	2	3	4	5	6
y	1	1.5	2.5	3	4	4.5	4

+ ½ +1 + ½ +1 + ½ - ½

c. je kan allerlei grafieken tekenen door deze punten

33 Maak weer een tabel

x	0	1	2	3	4	5	6
y	-2	-1	1.5	2	1	0	1

+1 +2.5 + ½ -1 -1 +1

je kan allerlei grafieken tekenen door deze punten

34b. 3, -2, -3, 5,

34 Maak weer een tabel

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8
y	-3	-2	1	-2	-1	-4	-4	-2	1

+1 +2 -3 +1 -3 +0 +2 +3

je kan allerlei grafieken tekenen door deze punte

35a. 0.4, 1.8, 4.6, 2.1, 1.4, 1, 0.8, 0.5, 0.3, 0.2

b. Omdat 3 – 2 = 1 m^3 hout $*$ 1000, en dat is de hoeveelheid van t = 0.5

Een jaar later staat er dan 1600 m^3 hout, dus dat is niet genoeg

c. Hij kan het beste beginnen, als de situatie overgaat van toenemend stijgend in afnemend stijgend, dat is ongeveer 3 jaar na t = 0

Jaarlijks 7,6 – 2,5 = 5,1 $*$ 1000 m^3 hout kappen

5.4 Differentiequotienten.

36. 1840 -1940 100 jaar 5.8 : 100 = 0.058
1940 -1970 30 jaar 4.2 : 30 = 0.14
1970 -1990 20 jaar 1.9 : 20 = 0.095
1990 – 2005 15 jaar 1.3 : 15 = 0.086

Er is geen sprake van een afnemende stijging, maar van een
Toenemende stijgin in het tijdvak 1840 – 1970,
en een afnemende stijging in het tijdvak 1940- 2005

37.

tijdvak	Δt	ΔN	$\frac{\Delta N}{\Delta t}$	Gemiddelde toename
20 – 47	27	0.75	0.028	kleinst
47 - 64	17	1.03	0.061	
64 – 70	6	0.6	0.1	
70 – 80	10	1.1	0.11	grootst
80 – 87	7	0.74	0.106	
87 – 95	7	0.71	0.101	
95 – 00	5	0.29	0.058	
00 -05	5	0.27	0.054	

In de jaren 60 t/m 95 zijn er gemiddeld twee keer zoveel woningen per jaar bij gekomen, als in de 20 jaar daarvoor en de 10 jaar daarna.

38a.

dagen	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
N	200		497		1066		1815		2429		2766

ΔN +123,5 per dag +284,5 p/dag +374,5 p/dag +307p/dag +168,5 p/d

b. op het interval [2, 8] is de grafiek toenemend stijgend,
op [10,14] afnemend stijgend

c. [4, 8], want de grafiek loopt daar het steilst.

39a. $\Delta x = 5, \Delta y = 4, \dfrac{\Delta y}{\Delta x} = 0.8$ = gemiddelde toename

40a.[2, 5] $\Delta x = 3, \Delta y = 1, \dfrac{\Delta y}{\Delta x} = 0.33$ **b**.[2, 6] $\Delta x = 4, \Delta y = 0, \dfrac{\Delta y}{\Delta x} = 0$

c.[-1, 5] $\Delta x = 6, \Delta y = 4, \dfrac{\Delta y}{\Delta x} = 0.67$ **d.** [-1, ½] er zijn er veel mogelijk

41a.[1, 3] $\Delta x = 2, \Delta y = 5, \dfrac{\Delta y}{\Delta x} = 2.5$ **b**.[4, 6] $\Delta x = 2, \Delta y = -3, \dfrac{\Delta y}{\Delta x} = -1.5$ afname

c.[2, 7] $\Delta x = 5, \Delta y = -1, \dfrac{\Delta y}{\Delta x} = -0.2$ **d**.[3, 6] **e.** [0, 2]

42a. [0,2] $\Delta q = 2, \Delta K = 40, \dfrac{\Delta K}{\Delta q} = 20$ euro ps **;**[2,4] $\Delta q = 2, \Delta K = 20, \dfrac{\Delta K}{\Delta q} = 10$ euro ps

b. Waar de grafiek het steilst is, dus [0, 2]

c. [0,1] $\Delta q = 1, \Delta K = 30, \dfrac{\Delta K}{\Delta q} = 30$ euro ps ; [1,3] $\Delta q = 2, \Delta K = 20, \dfrac{\Delta K}{\Delta q} = 10$ euro ps

[3,6] $\Delta q = 3, \Delta K = 40, \dfrac{\Delta K}{\Delta q} = 13.3$ euro ps ;[6,7] $\Delta q = 2, \Delta K = 50, \dfrac{\Delta K}{\Delta q} = 25$ euro ps

d. [0,4] $\Delta q = 4, \Delta K = 60, \dfrac{\Delta K}{\Delta q} = 15$ euro ps bv op [1, 2.5]

43a. [1980,2040] $\Delta t = 60, \Delta N = 100, \dfrac{\Delta N}{\Delta t} = 1.67$ miljoen per jaar

b. [1980,2020] $\Delta t = 40, \Delta N = 95, \dfrac{\Delta N}{\Delta t} = 2.375$ miljoen per jaar

c. $\dfrac{\Delta N}{\Delta t}$ is beter om te vergelijken, omdat het de gemiddelde groei per jaar van de bevolkingsaantallen laat zien.

44. het differentiequotiënt is steeds gelijk bij een rechte lijn, bij deze lijn 5

45a. y = x^2 - 4x + 1
Bij x = 1 $\Rightarrow$ y = 1- 4 + 1 = -2 Bij x = 4 $\Rightarrow$ y = 16- 16 + 1 = 1
Bij x = 5 $\Rightarrow$ y = 25- 20 + 1 = 6

b. [4, 5] $\Delta x = 1, \Delta y = 6 - 1 = 5, \dfrac{\Delta y}{\Delta x} = 5$

46a. y = x^2 - 3x + 5
Bij x = 1 $\Rightarrow$ y = 1- 3 + 5 = 3 Bij x = 4 $\Rightarrow$ y = 16- 12 + 5 = 9

[1, 4] $\Delta x = 3, \Delta y = 9 - 3 = 6, \dfrac{\Delta y}{\Delta x} = 2$

b. Bij x = 3 $\Rightarrow$ y = 9- 9 + 5 = 5 Bij x = 6 $\Rightarrow$ y = 36- 18 + 5 = 23

[3, 6] $\Delta x = 3, \Delta y = 23 - 5 = 6, \dfrac{\Delta y}{\Delta x} = 6$

c. Bij x = 2.5 $\Rightarrow$ y = 6.25- 7.5 + 5 = 3.75 Bij x = 5 $\Rightarrow$ y = 25- 15 + 5 = 15

[2.5, 5] $\Delta x = 2.5, \Delta y = 15 - 3.75 = 11.25, \frac{\Delta y}{\Delta x} = 4.5$

47a. K = q^3 -6q^2 +13q + 15, met K per 1000 euro en q per 1000 stuks
Voer de formule in als Y1
Ga naar je reken scherm, toets in :
(Vars_$\rightarrow$Yvars enter Y1 enter(6)- Yvars enter Y1 enter(4)) : (6-4)=

$\frac{\Delta K}{\Delta q} = \frac{(Y1(6) - Y1(4))}{(6-4)}$ = 29 euro per stuks toename in de kosten

b. $\frac{\Delta K}{\Delta q} = \frac{(Y1(5) - Y1(2))}{(5-2)}$ =10 euro per stuks toename in de kosten

c. $\frac{\Delta K}{\Delta q} = \frac{(Y1(6.1) - Y1(3.6))}{(6.1-3.6)}$ =26,93 per stuks toename in de kosten

48a. Voer de formule in als Y1

$\frac{\Delta R}{\Delta q} = \frac{(Y1(3000) - Y1(2000))}{(3000-2000)}$ = 7 euro meer opbrengst per stuks toename

b. $\frac{\Delta R}{\Delta q} = \frac{(Y1(3000) - Y1(2500))}{(3000-2500)}$ = 6,50 euro meer opbrengst per stuks toename

c. $\frac{\Delta R}{\Delta q} = \frac{(Y1(6800) - Y1(6500))}{(6800-6500)}$ = -1,30 euro meer opbrengst per stuks toename, dat betekent dus per stuks toename 1,30 minder opbrengst

49a. Voer de formule in als Y1

$\frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{(Y1(1.5) - Y1(0.8))}{(1.5-0.8)}$ = 2.546 **b.** $\frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{(Y1(2.5) - Y1(1))}{(2.5-1)}$ = 2.84

c. dat is op het interval [0, 5] $\frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{(Y1(5) - Y1(0))}{(5-0)}$ = 1.9

50a. Voer de formule in als Y1

$\frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{(Y1(8)) - Y1(3))}{(8-3)}$ = 1515 (toename aantal patiënten van de 3de tot de 8ste dag)

b. $\frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{(Y1(14)) - Y1(7))}{(14-7)}$ = 525 (toename aantal patiënten van de 7de tot de 14de dag)

c. $\frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{(Y1(16)) - Y1(10))}{(16-10)}$ = -720 dus afname van het aantal patiënten

d. ja, je moet er wel naar zoeken, maar bv bij t = 6 of t =7 is de grafiek op zijn steilst
Neem je het interval[6, 7], of [5, 6]dan is er een toename van 1605 patiënten per dag